

Lunes 31 Do Enero del 2005

Sistemas Logarítmicos

Los sistemas Logarítmicos universales más usuales, con los que resuelven los problemas en ciencias son los siguientes:

1.- Sistema Logarítmico Vulgar de base 10: $\log_{10} x = \log x$

$$e = 2.71828182845 \dots$$

2.- Sistema Logarítmico Natural o Neperiano de base $e = 2.71828182845 \dots$

$$\log_e x = \ln x$$

Recordando que: $\log_b x = L \Leftrightarrow x = b^L$

Ejemplos

1.- a).- $\log .8 = -0.09691 \Leftrightarrow .8 = 10^{-0.09691}$

b).- $\ln .8 = -0.22314 \Leftrightarrow .8 = e^{-0.22314}$

TAREA: 1) 2.- a).- $\log 9 = 0.95424 \Leftrightarrow 9 = 10^{0.95424}$

b).- $\ln 9 = 2.19722 \Leftrightarrow 9 = e^{2.19722}$

2) 3.- a).- $\log 10 = 1 \Leftrightarrow 10 = 10^1$

b).- $\ln e = 1 \Leftrightarrow e = e^1$

4.- a).- $\log 66 = 1.81954 \Leftrightarrow 66 = 10^{1.81954}$

b).- $\ln 66 = 4.18965 \Leftrightarrow 66 = e^{4.18965}$

Martes 1/Febrero/05

I.- $\log_b x + \log_b y = \log_b (x \cdot y)$

Verificación: $\log 12 + \log 5 = \log (12 \times 5)$
 $1.079 + 0.698 = \log 60$
 $1.777 = 1.778$

II.- $\log_b x - \log_b y = \log_b \left(\frac{x}{y}\right)$

Verificación: $\log 60 - \log 30 = \log \left(\frac{60}{30}\right)$ $\left\{ \begin{array}{l} \ln 60 - \ln 30 = \ln \left(\frac{60}{30}\right) \\ 1.77 - 1.47 = \log 2 \\ 0.3 = 0.30 \end{array} \right.$
 $4.09 - 3.40 = \ln 2$
 $0.69 = 0.69$

III.- $\log_b x^n = n \log_b x$

Verificación: $\log 6^4 = 4 \log 6$ $\left\{ \begin{array}{l} \ln 6^4 = 4 \ln 6 \\ \log 1296 = 4 (0.778) \\ 3.112 = 3.112 \end{array} \right.$
 $7.167 = 7.164$

IV.- $\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_b x$

Verificación: $\log \sqrt[3]{24} = \frac{1}{3} \log 24$ $\left\{ \begin{array}{l} \ln \sqrt[3]{24} = \frac{1}{3} \ln 24 \\ \log 2.884 = \frac{1}{3} (1.3802) \\ 0.459 = 0.460 \end{array} \right.$
 $1.059 = 1.059$

V.- $\log_b b = 1 \Leftrightarrow b = b^1$

Ejemplos: 1.- $\log_5 5 = 1 \Leftrightarrow 5 = 5^1$ 3.- $\log 10 = 1 \Leftrightarrow 10 = 10^1$
2.- $\log_9 9 = 1 \Leftrightarrow 9 = 9^1$ 4.- $\ln e = 1 \Leftrightarrow e = e^1$

VI.- $\log_b 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = b^0$

Ejemplos: 1.- $\log_3 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 3^0$
2.- $\log_8 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 8^0$

VII.- $\log_b 0 \xrightarrow{\text{tiendo}} -\infty \Leftrightarrow 0 = b^{-\infty} = \frac{1}{b^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$

Ejemplo: $\log 0 \xrightarrow{\text{tiendo}} -\infty \Leftrightarrow 0 = 10^{-\infty} = \frac{1}{10^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$

15

Miércoles 2/Febrero/05

Función Logarítmica y sus Gráficas

De acuerdo a los conceptos y propiedades estudiados anteriormente se define a la función logarítmica de la siguiente forma: $y = \log_b x$

Utilizando los sistemas logarítmicos más usuales podemos trazar la gráfica de las siguientes funciones logarítmicas:

1.- $y = \log_{10} x = \log x$

$e = 2.718281...$

2.- $y = \log_e x = \ln x$

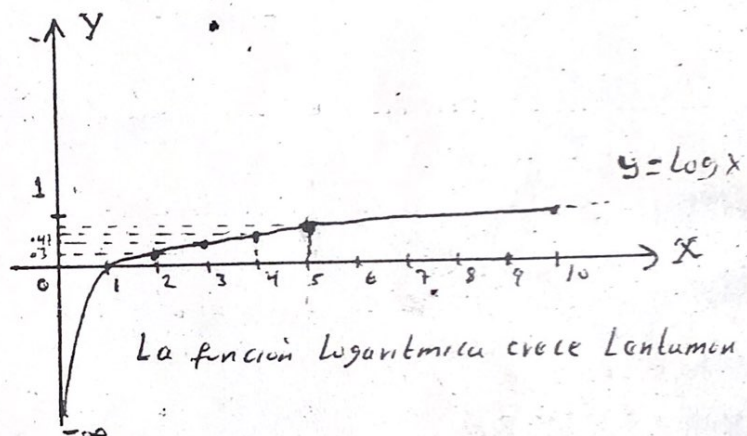
Para visualizar su comportamiento general. $y = 10^x$

$y = \log_{10} x$ $x = 10^y$

1.- $y = \log x$

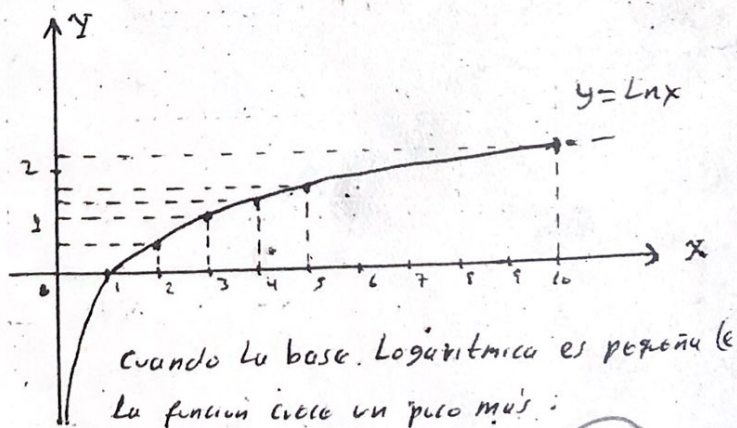
Tabulación

x	Log x	y
0	$\log 0 \rightarrow$	$-\infty$
1	$\log 1 =$	0
2	$\log 2 =$	.30
3	$\log 3 =$	.47
4	$\log 4 =$	.60
5	$\log 5 =$	.69
...		
10	$\log 10 =$	1



2.- $y = \ln x$

x	Ln x	y
0	$\ln 0 \rightarrow$	$-\infty$
1	$\ln 1 =$	0
2	$\ln 2 =$	.69
3	$\ln 3 =$	1.09
4	$\ln 4 =$	1.38
5	$\ln 5 =$	1.60
...		
10	$\ln 10 =$	2.30



Jueves 3/Febrero/05

Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas

I.- Ecuaciones Exponenciales

Una ecuación exponencial básica es de la forma $a^x = b$ donde el exponente x es la incógnita que se debe despejar aplicando, los sistemas logarítmicos más usuales aprovechando sus propiedades, en los dos miembros de la ecuación, es decir;

LAS PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS EN AMBOS MIEMBROS DE LA ECUACIÓN, ES DECIR;

$$\log a^x = \log b \quad \text{Equivalentemente} \quad \ln a^x = \ln b$$

APLICANDO PROPIEDAD

$$\Rightarrow x \log a = \log b$$

$$\Rightarrow x \ln a = \ln b$$

DESPEJANDO x

$$\therefore x = \frac{\log b}{\log a}$$

$$\therefore x = \frac{\ln b}{\ln a}$$

Ejemplos.

1.- Resolver la ecuación exponencial $3^x = 62$

Solución: Aplicamos logaritmos: $\log 3^x = \log 62$

Aplicamos propiedad: $x \log 3 = \log 62$

$$\text{Despejamos } x : x = \frac{\log 62}{\log 3} = \frac{1.79}{0.47} = \boxed{3.80}$$

2.- Resolver la ecuación exponencial $5^{x+1} = 96$

Solución: Aplicamos logaritmos: $\ln 5^{x+1} = \ln 96$

Aplicamos propiedad: $(x+1) \ln 5 = \ln 96$

$$\text{Despejamos } x+1 : x+1 = \frac{\ln 96}{\ln 5}$$

$$\text{Despejamos } x : x = \frac{\ln 96}{\ln 5} - 1 = \frac{4.56}{1.60} - 1 = 2.85 - 1$$

$$\boxed{x = 1.85}$$

17

Jueves 3/Febrero/05

3.- Resolver la ecuación exponencial $2^x \cdot 2^3 = 75$

Solución: Simplificamos: $2^{x+3} = 75$

Aplicamos Logaritmos: $\log 2^{x+3} = \log 75$

" Propiedad: $(x+3) \log 2 = \log 75$

Despejamos $x+3$: $x+3 = \frac{\log 75}{\log 2}$

Despejamos x : $x = \frac{\log 75}{\log 2} - 3 = \frac{1.87}{0.30} - 3 = 6.23 - 3$

$$\boxed{x = 3.23}$$

4.- Resolver la ecuación exponencial $\frac{4^{2x}}{4^2} = 50$

Solución: Simplificamos: $4^{2x-2} = 50$

Aplicamos Logaritmos: $\ln 4^{2x-2} = \ln 50$

" Propiedad: $(2x-2) \ln 4 = \ln 50$

Despejamos $2x-2$: $2x-2 = \frac{\ln 50}{\ln 4}$

Despejamos $2x$: $2x = \frac{\ln 50}{\ln 4} + 2$

Despejamos x : $x = \frac{1}{2} \left(\frac{\ln 50}{\ln 4} + 2 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{3.91}{1.38} + 2 \right)$

$$x = \frac{1}{2} (2.83 + 2) = \frac{1}{2} (4.83) = 2.41$$

$$\boxed{x = 2.4109}$$

$$x = 2.4109$$

(18)

Viernes 4/Febrero/05

Más Ejemplos

5.- Resolver la ecuación exponencial $5^x + 5^{x+1} = 60$

Solución: Simplificamos $5^x + 5^x \cdot 5^1 = 60$

Factorizamos $5^x (1+5^1) = 60$

$$5^x (6) = 60$$

$$5^x = \frac{60}{6}$$

Forma Básica

$$5^x = 10$$

Aplicamos Logaritmos: $\log 5^x = \log 10$

$$\Rightarrow x \cdot \log 5 = \log 10$$

$$\therefore x = \frac{\log 10}{\log 5} = \frac{1}{0.69} = 1.44$$

$$5^{1.44} = 10.15$$

$$5^{1.44} + 5^{1.44+1} =$$

$$10.15 + 50.25 = 60.$$

6.- Resolver la ecuación exponencial $4^{x+2} + 4^x = 80$

Solución: Simplificamos $4^x \cdot 4^2 + 4^x = 80$

Factorizamos $4^x (4^2 + 1) = 80$

$$4^x (16 + 1) = 80$$

$$4^x (17) = 80$$

$$4^x = \frac{80}{17} = \frac{80}{17}$$

Forma Básica

$$4^x = 4.70$$

Aplicamos Logaritmos: $\ln 4^x = \ln 4.70$

$$\Rightarrow x \ln 4 = \ln 4.70$$

$$\therefore x = \frac{\ln 4.70}{\ln 4} = \frac{1.54}{1.38} = 1.11$$

$$1.6739$$

$$1.3862$$

$$1.207$$

PRÁCTICA (06)

Ejercicio: Resolver la ecuación $3^{x+2} + 3^x = 50$

Solución:

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x = 50$$

$$3^x (3^2 + 1) = 50$$

$$3^x (9 + 1) = 50$$

$$3^x (10) = 50$$

$$3^x = \frac{50}{10}$$

$$3^x = 5$$

$$\Rightarrow \log 3^x = \log 5$$

$$x \log 3 = \log 5$$

$$\therefore x = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{0.69}{0.47} = 1.46$$

COMPROBACIÓN

$$4^{x+2} + 4^x = 80$$

$$4^{1.11+2} + 4^{1.11} =$$

$$4^{3.11} + 4^{1.11} = 74.54$$

$$+ 4.65$$

$$= 79.19$$

$$3^{1.46+2} + 3^{1.46} = 50$$

$$3^{3.46} + 3^{1.46} = 50$$

$$44.75 + 4.97 = 49.72$$

19

Lunes 7/febrero/05

II.- Ecuaciones Logarítmicas

Una ecuación logarítmica básica es de la forma: $\log_b X = L$ que se despeja aplicando su antilogaritmo $X = b^L$. En ocasiones se tienen varios términos, en donde aplicando las propiedades logarítmicas se puede reducir a la forma básica.

Ejemplos

1.- Resolver la ecuación $\log_5 X = 2$

Sol. Aplicamos el antilogaritmo: $X = 5^2$
 $X = 25$

2.- Resolver la ecuación $\log_2 X + \log_2 (X+1) = 1$

Sol. Aplicamos la propiedad: $\log_b x + \log_b y = \log_b x \cdot y$

$$\Rightarrow \log_2 X(X+1) = 1$$

Multiplicamos: $\log_2 X^2 + X = 1$

Aplicamos antilogaritmo: $X^2 + X = 2^1$

$$X^2 + X = 2$$

Resolvemos la ecuación algebraica $X^2 + X - 2 = 0$

$$(X+2)(X-1) = 0$$

$\therefore X_1 = -2$ y $X_2 = 1$ se toma la sol. positiva.

3.- Resolver la ecuación $\log_3 (X^2 - 9) - \log_3 (X+3) = 2$

Sol. Aplicamos la propiedad: $\log_b x - \log_b y = \log_b \frac{x}{y}$

$$\Rightarrow \log_3 \frac{X^2 - 9}{X+3} = 2$$

Dividimos o simplificamos: $\log_3 \frac{(X+3)(X-3)}{X+3} = 2$

$$\log_3 X - 3 = 2$$

Aplicamos Antilogaritmo $X - 3 = 3^2$

Despejamos X: $X = 9 + 3$

$$X = 12$$

COMPROBACIÓN:

20

Martes 8 / Febrero / 05

Cambio De Base

El Logaritmo de cualquier número a en cualquier base b se calcula por medio de la siguiente ecuación logarítmica $\log_b a = x$ que al aplicar el antilogaritmo se convierte en una ecuación exponencial $a = b^x$ y aplicando cualquiera de los dos sistemas logarítmicos usuales se obtienen las fórmulas generales del cambio de base ya dadas;

a).- $\log a = \log b^x$

$\Rightarrow \log a = x \log b$

$\therefore \boxed{x = \frac{\log a}{\log b}}$

b).- $\ln a = \ln b^x$

$\Rightarrow \ln a = x \ln b$

$\therefore \boxed{x = \frac{\ln a}{\ln b}}$

Ejemplos

1.- Verificación

Calcular $\log_5 70 =$

Sol.

Se resuelve $\log_5 70 = x$

$\Rightarrow 70 = 5^x$

Aplicamos Logaritmos $\log 70 = \log 5^x \rightarrow$ Equivalentemente $\ln 70 = \ln 5^x$

$\Rightarrow \log 70 = x \log 5$

$\Rightarrow \ln 70 = x \ln 5$

$\therefore x = \frac{\log 70}{\log 5} = \frac{1.84}{0.69} \approx 2.6$

$\therefore x = \frac{\ln 70}{\ln 5} = \frac{4.24}{1.61} \approx 2.6$

2.- Aplicación Directa De Las Fórmulas

Calcular $\log_2 24 =$

a).- $x = \frac{\log 24}{\log 2} = \frac{1.38}{0.30} = 4.6$

$\therefore \boxed{\log_2 24 = 4.6}$

b).- $x = \frac{\ln 24}{\ln 2} = \frac{3.17}{0.69} = 4.59 \approx 4.6$

$\therefore \boxed{\log_2 24 = 4.6}$

Nota: Se le entregó al grupo la guía de estudios para el primer examen de conocimientos

(21)

GUIA DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA DEL PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL

1.- Gráfica las siguientes funciones

- a) $y = 2 - 3x$
- b) $y = 9 - x^2$
- c) $y = 4^{x-1}$
- d) $y = \log_3 x$
- e) $y = x^3 + 1$

2.- Resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales

- a) $4^{3x+1} = 2^{x+7}$
- b) $5^{x+1} + 5^x = 570$
- c) $3^{2x-3} = 3$
- d) $3^{x+1} = 4$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas

- a) $\log_3(x^2 - 2x) - \log_3(x - 2) = 2$
- b) $\log_5(2x + 4) - \log_5(x + 1) = 1$
- c) $\log(x + 2) + \log(x - 1) = 1$
- d) $\log(x - 9) + \log(100x) = 3$
- e) $\log_3(x + 1) + \log_3 2 = \log_3 4 + \log_3 5$

4.- Calcula el complemento de los ángulos

- a) $42^\circ 24' 35''$
- b) $7^\circ 17' 44''$
- c) 27°

5.- Calcule el suplemento de:

- a) $27^\circ 37' 15''$
- b) 4.5 Rad.
- c) 47°
- d) $143^\circ 19' 53''$
- e) $68^\circ 13' 45''$

6.- Transforma los siguientes ángulos:

- a) $35^\circ 59' 60''$ a rad.
- b) $3\pi/5$ rad. A grados, minutos y segundos
- c) 750° a Radianes.
- d) 14.5 Rad. En grados, minutos y segundos
- e) 270° en Radianes

HOJA DE RESULTADOS

Ecuaciones exponenciales:

- a) $x=1$
- b) $x=2.829$
- c) $x=-1$
- d) $x=1$
- e) $x=1$

Ecuaciones logarítmicas:

- a) $x=9$
- b) $x=3$
- c) $x=3$
- d) $x=10$
- e) $x=9$

Complemento de los ángulos

- a) $47^{\circ}35'25''$
- b) $82^{\circ}42'16''$
- c) 63°

Calcule el suplemento:

- a) $152^{\circ}22'45''$
- b) 0.641 rad
- c) 133°
- d) $36^{\circ}40'7''$
- e) $111^{\circ}46'15''$

Transformar los ángulos:

- a) $R=0.628$
- b) $G=98^{\circ}$
- c) $R=13.098$
- d) $G=830^{\circ}47'19.6''$
- e) $\text{Rad}=1.5\pi$

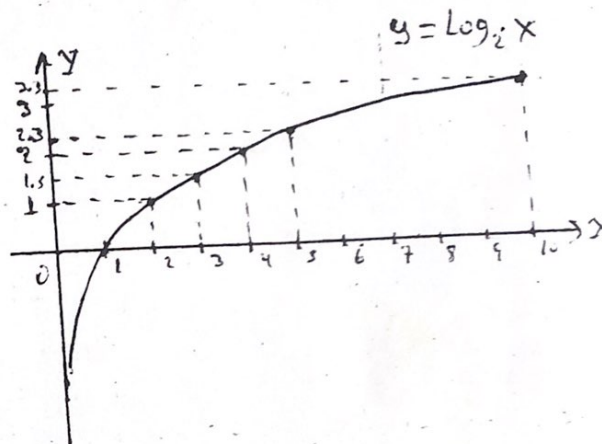
Miércoles 9/ Febrero/05

1) Gráfica de Funciones Logarítmicas Con Cambio De Base
Con el cambio de base se puede graficar a cualquier función logarítmica en cualquier base b : $y = \log_b x$ como por ejemplo 1- $y = \log_2 x$ y 2- $y = \log_5 x$

1- Gráfica de $y = \log_2 x$

tabulación		
x	$\log_2 x$	y
0	$\log_2 0 \rightarrow$	$-\infty$
1	$\log_2 1 =$	0
2	$\log_2 2 =$	1
3	$\log_2 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 2} = \frac{.47}{.30} = 1.5$	
4	$\log_2 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 2} = \frac{.60}{.30} = 2$	
5	$\log_2 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 2} = \frac{.69}{.30} = 2.3$	
10	$\log_2 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 2} = \frac{1}{.30} = 3.3$	

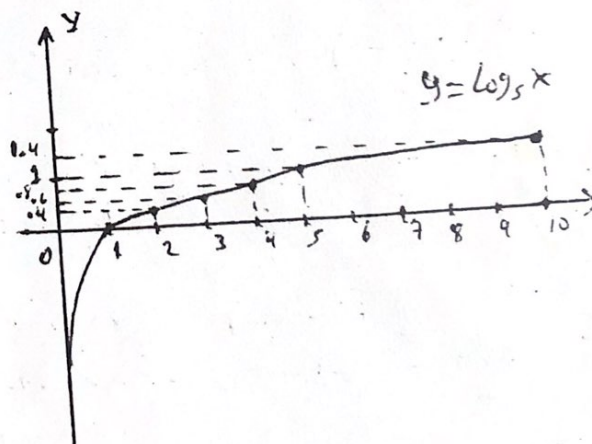
Gráfica



2- Gráfica de $y = \log_5 x$

tabulación		
x	$\log_5 x$	y
0	$\log_5 0 \rightarrow$	$-\infty$
1	$\log_5 1 =$	0
2	$\log_5 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 5} = \frac{.30}{.69} = 0.43$	
3	$\log_5 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 5} = \frac{.47}{.69} = 0.68$	
4	$\log_5 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 5} = \frac{.60}{.69} = 0.86$	
5	$\log_5 5 =$	1
10	$\log_5 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 5} = \frac{1}{.69} = 1.4$	

Gráfica



Fin de la Unidad I.- Funciones Exponenciales y Logarítmicas

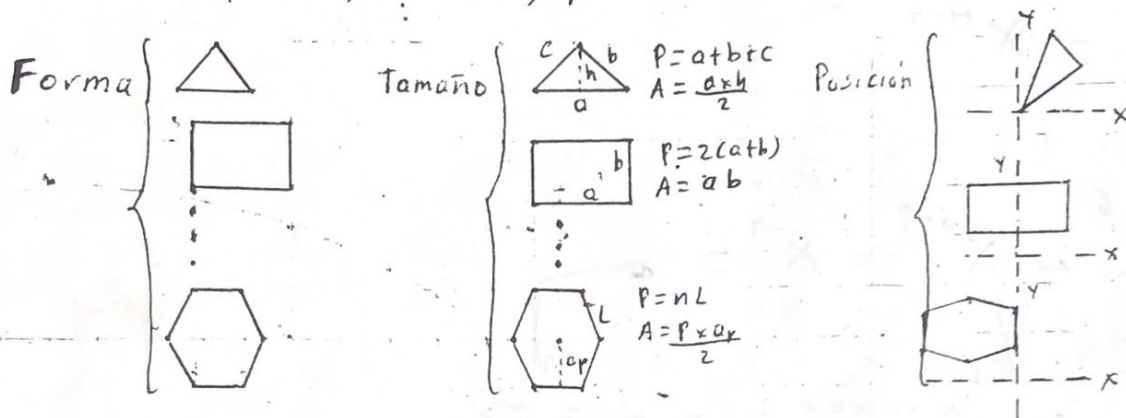
(24)

Jueves 10/Febrero/05

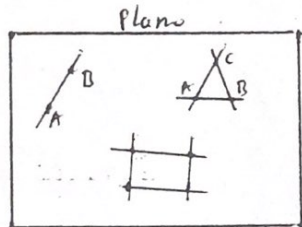
Unidad II.- Geometría

Conceptos Básicos

1.- Geometría: Es la disciplina matemática que estudia las propiedades y características de todas las figuras geométricas, desde el punto de vista de su forma, tamaño y posición.



2.- Plano: Un plano es una superficie lisa que contiene una infinidad de puntos, en los cuales se pueden trazar figuras geométricas.



3.- Punto: Es la porción más pequeña del plano que carece de dimensiones.

4.- Recta: Es un conjunto de puntos que tienen la misma dirección y se prolongan indefinidamente en ambos extremos.

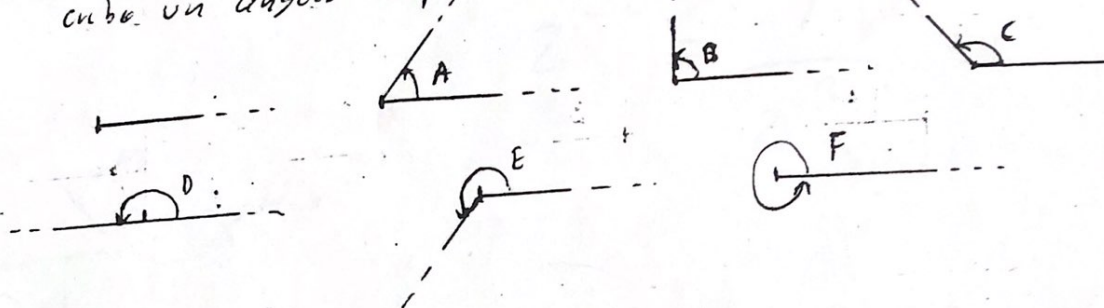
5.- Semirecta: Es una parte de la recta que ~~comienza~~ comienza en un punto fijo llamado origen y se prolonga indefinidamente en un solo extremo.

6.- Segmento de Recta: Es una porción de la recta limitada en ambos extremos por un punto fijo.



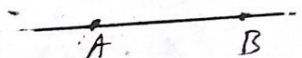
Jueves 10/Febrero/05
Continuación

7.- Ángulo: Cuando una semirrecta gira en torno a su origen describe un ángulo respecto a su posición inicial.



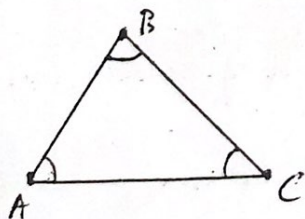
8.- Axioma: Es una proposición clara y evidente que se acepta como una verdad sin ser demostrada.

Por ejemplo: Por dos puntos en un plano se puede trazar una sola recta.



9.- Teorema: Es una proposición que para ser aceptada como verdad se necesita demostrar.

Por ejemplo: La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es igual a 180° .

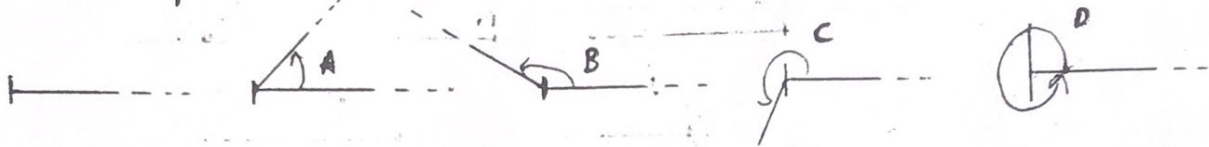


$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Viernes 11/Febrero/05

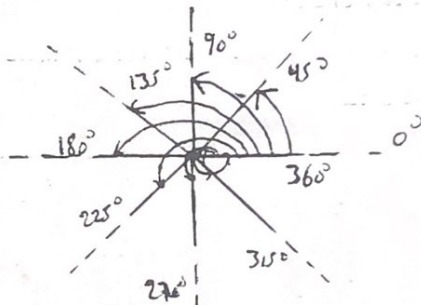
Medida y Clasificación de Angulos

Cuando la semirrecta gira en torno a su origen el máximo ángulo que se puede formar es cuando da una vuelta completa y regresa a su posición inicial.



De donde se establece el sistema sexagesimal que consiste en dividir al ángulo de vuelta en 360 partes iguales llamados grados sexagesimales teniendo así una medida para cualquier ángulo bien definido entre 0° y 360° .

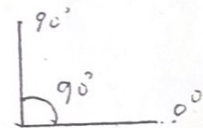
Es decir:



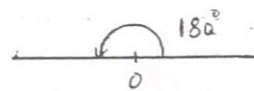
Clasificación

A) - Respecto a su Medida se Clasifican En:

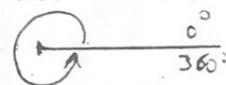
1- Angulos Rectos: Son aquellos ángulos que miden 90°



2- Angulos Ilanos: Son aquellos ángulos que miden 180°

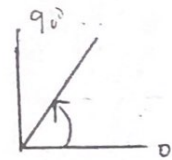


3- Angulos De Vuelta: Son aquellos ángulos que miden 360°

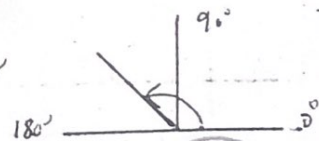


B) - Subclasificación Respecto Al Angulo Recto.

1- Angulos Agudos: Son aquellos que miden entre 0° y 90°



2- Angulos Obtusos: Son aquellos que miden entre 90° y 180°



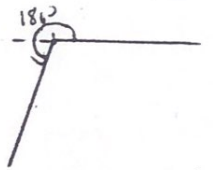
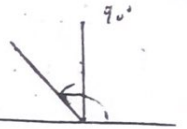
(27)

Viernes 11/Febrero/05
Continuación

C).- Subclasificación Respecto Al Ángulo Llano

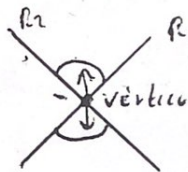
1.- Ángulos Cóncavos: son aquellos que miden entre 0° y 180°

2.- Ángulos Convexos: son aquellos que miden entre 180° y 360°

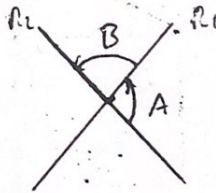


D).- Subclasificación Respecto A Dos Rectas Que Se Cortan

1.- Ángulos Opuestos Por El Vértice: tienen un vértice común, son opuestos y por construcción iguales

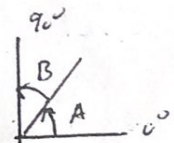


2.- Ángulos Adyacentes: tienen un lado común



Nota: Los ángulos adyacentes si suman:

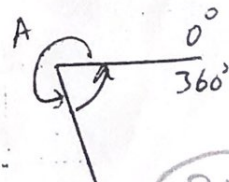
90° se llaman complementarios



180° se llaman suplementarios



360° se llaman conjugados



Lunes 14 / Febrero / 05

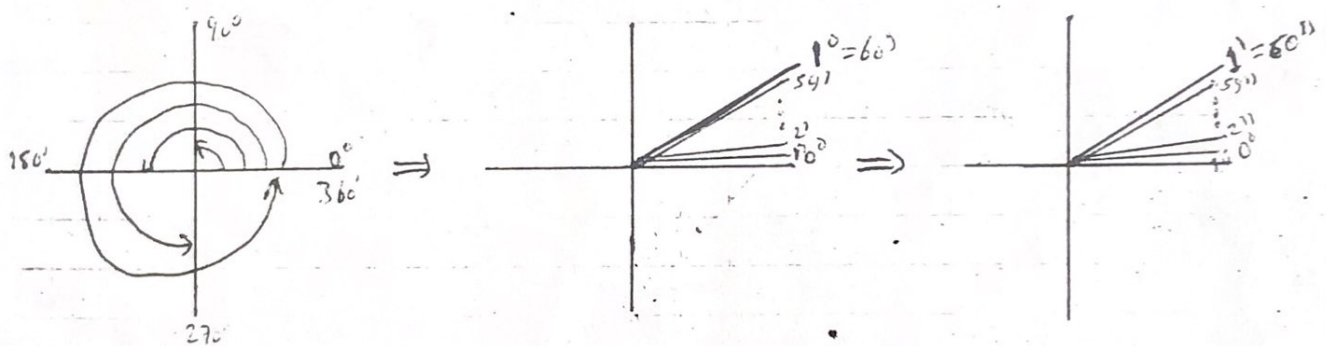
Sistemas De Medición De Angulos

Se tienen varios sistemas de medición de ángulos como el sexagesimal (360°), el centesimal (400°) y el circular en radianes (6.3 puntos). Nosotros estudiaremos al sistema sexagesimal y el circular en radianes por separado y luego estableceremos la relación entre ellos.

I.- Sistema Sexagesimal

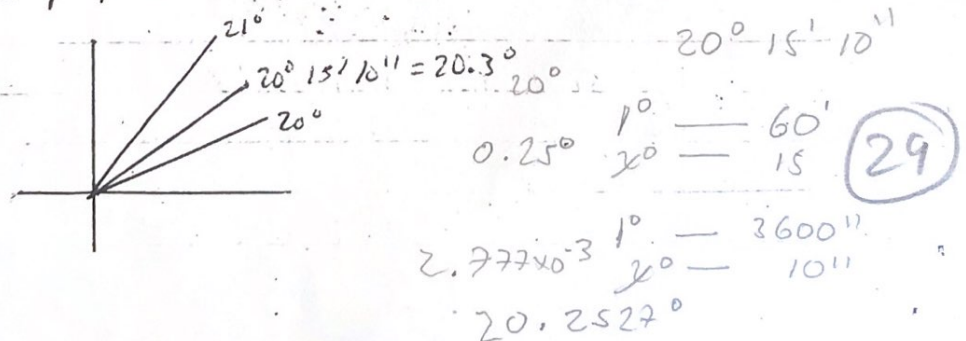
Ya sabemos que el sistema sexagesimal consiste en la división del ángulo de vuelta en 360° , de tal forma que un grado a su vez se pueda dividir en 60 partes iguales llamados minutos ($1^\circ = 60'$) y luego un minuto se divide en 60 partes iguales llamados segundos ($1' = 60''$); esto para poder medir a un ángulo cualquiera con exactitud.

Gráficamente se tiene lo siguiente:



Se tienen transductores sexagesimales para medir ángulos con precisión en la marina, el ejército y las empresas aeronáuticas.

Un ángulo en grados con minutos y segundos ($20^\circ 15' 10''$) no se puede utilizar para realizar operaciones o cálculos matemáticos para obtener nuevas resoluciones de un problema; por lo que se debe convertir a la parte proporcional en decimales (20.3°).



Martes 15 / Febrero / 05

Conversión De Grados Decimales A Grados Con Minutos y Segundos
Para convertir un ~~grado~~ ángulo en grados decimales a grados - con minutos y segundos, por ejemplo 23.28° se realiza el siguiente procedimiento.

1. Se toma a la parte decimal (.28) y se multiplica por 60 para obtener la parte proporcional de los minutos.

Es decir;

$$\begin{array}{r} .28 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 168 \\ \hline 16.80 \end{array}$$

Quiero decir que se tienen 16.8 minutos.

2. Si en la operación anterior resultan nuevamente decimales (.80) se vuelven a tomar y se vuelven a multiplicar por 60 para obtener la parte proporcional de los segundos.

Es decir;

$$\begin{array}{r} .80 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 48 \\ \hline 48.0 \end{array}$$

Quiero decir que se tienen 48 segundos.

"En la calculadora se utiliza la función $\boxed{COS}$ "

$$\therefore 23.28^\circ = 23^\circ 16' 48''$$

Ejemplos

Convertir los siguientes grados decimales a grados con minutos y segundos.

1. $62.7^\circ = 62^\circ 42' 0''$

Sol. .7

$$\begin{array}{r} .7 \\ \times 60 \\ \hline 42 \\ \hline \end{array}$$

42.0 minutos

2. $121.35^\circ = 121^\circ 21' 0''$

Sol. .35

$$\begin{array}{r} .35 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 210 \\ \hline \end{array}$$

21.00 minutos

3. $201.8^\circ = 201^\circ 48' 0''$

Sol. .8

$$\begin{array}{r} .8 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 48 \\ \hline \end{array}$$

48.0 minutos

4. $315.29^\circ = 315^\circ 17' 24''$

Sol. .29

$$\begin{array}{r} .29 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 174 \\ \hline \end{array}$$

17.40 minutos

5. $165.47^\circ = 165^\circ 28' 12''$

Sol. .47

$$\begin{array}{r} .47 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 282 \\ \hline \end{array}$$

28.20 minutos

$$\Rightarrow \begin{array}{r} .20 \\ \times 60 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} .40 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 240 \\ \hline \end{array}$$

24.00 segundos

(30)

Miércoles 16/Febrero/05

Conversión De Grados Con Minutos Y Segundos A Grados Decimales

Para convertir un ángulo con grados minutos y segundos por ejemplo $23^{\circ}27'33''$ a su forma decimal, se debe realizar el siguiente procedimiento:

1.º Se toman a los segundos $33''$ y se dividen entre 60 para obtener la parte decimal de los minutos.

Es decir: $\frac{33''}{60} = .55'$ Quiero decir que se tienen $27.55'$ minutos

2.º Se toman a los minutos resultantes $27.55'$ y se vuelve a dividir entre 60 para obtener la parte decimal de los grados.

Es decir: $\frac{27.55'}{60} = .459^{\circ}$ Quiero decir que se tienen 23.459°

Ejemplos

Convertir los siguientes ángulos en grados con minutos y segundos a su forma decimal.

1.- $101^{\circ}23'17'' = 101.388^{\circ}$

1.º $\frac{17''}{60} = .28'$

2.º $\frac{23.28'}{60} = .388^{\circ}$

2.- $231^{\circ}36' = 231.6^{\circ}$

1.º $\frac{36'}{60} = .6^{\circ}$

3.- $301^{\circ}11'22'' = 301.189^{\circ}$

1.º $\frac{22''}{60} = .36'$

2.º $\frac{11.36'}{60} = .189^{\circ}$

4.- $123^{\circ}19' = 123.316^{\circ}$

1.º $\frac{19'}{60} = .316^{\circ}$

Ejercicios

1.- Calcular el complemento del ángulo $A = 33.75^{\circ}$ y expresar su resultado en grados con minutos y segundos.

Sol $A + B = 90^{\circ}$

$\Rightarrow 33.75^{\circ} + B = 90^{\circ}$

$\therefore B = 90^{\circ} - 33.75^{\circ}$

$B = 56.25$

Conversion

$\frac{.25}{.60} = 15.0 \text{ minutos}$

$\Rightarrow 56.25^{\circ} = 56^{\circ}15'0''$

2.- Calcular el suplemento del ángulo $A = 85^{\circ}16'23''$ y expresar su resultado todo en su forma decimal

Sol $A + B = 180^{\circ}$

$\Rightarrow 85.27^{\circ} + B = 180^{\circ}$

Conversion $85^{\circ}16'23'' = 85.27^{\circ}$

1.º $\frac{23''}{60} = .38'$

2.º $\frac{16.38'}{60} = .27^{\circ}$

$\therefore B = 180^{\circ} - 85.27^{\circ}$

$B = 94.73^{\circ}$

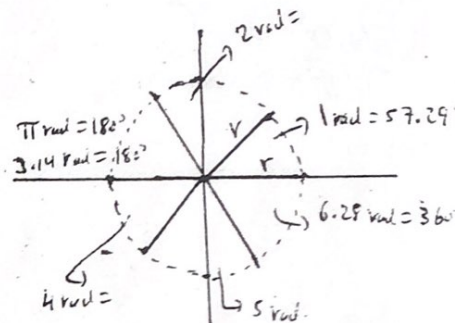
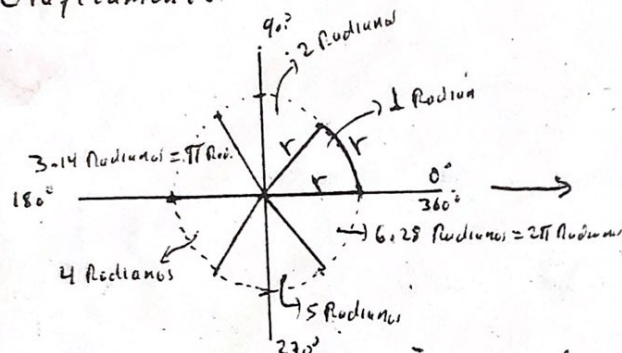
31

Jueves 17/Febrero/05

II.- Sistema Circular En Radianes

Este sistema consiste en la división del ángulo de vuelta en aproximadamente 6.28 partes iguales llamados radianes; de tal forma que cada radian está definido en sus tres parámetros por la magnitud del radio de la circunferencia que define al ángulo de vuelta.

Gráficamente



Relación con el sistema Sexagesimal

Por construcción $\pi \text{ radianes} = 180^\circ$

$$\Rightarrow 3.1416 \text{ radianes} = 180^\circ$$

$$\therefore 1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{3.1416}$$

$$1 \text{ radian} = 57.29^\circ$$

Formulas De Conversión

1.- De Radianes a Grados

$$1 \text{ radian} \rightarrow 57.29^\circ$$

$$N \text{ radianes} \rightarrow X^\circ$$

$$\therefore X^\circ = N_{\text{rad}} (57.29^\circ)$$

2.- De Grados a Radianes

$$1 \text{ radian} \rightarrow 57.29^\circ$$

$$X \text{ rad} \rightarrow N^\circ$$

$$\therefore X_{\text{rad}} = \frac{N^\circ}{57.29^\circ}$$

Ejemplo: Convertir 2.3 radianes a grados

$$\text{Sol. } X^\circ = 2.3 \text{ rad} (57.29^\circ)$$

$$X^\circ = 131.7^\circ$$

Ejemplo: Convertir 208° a radianes

$$\text{Sol. } X_{\text{rad}} = \frac{208^\circ}{57.29^\circ} = 3.6 \text{ radianes}$$

3.- Conversión en términos de $\pi = 180^\circ$

Ejemplo: Convertir $\frac{3\pi}{5}$ radianes a grados

$$\text{Sol. } \frac{3\pi}{5} = \frac{3(180^\circ)}{5} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

Así también

$$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

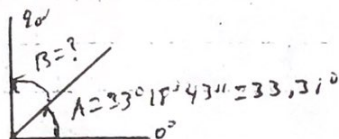
$$\frac{\pi}{3} = 60^\circ \dots \text{etc.}$$

Ernes 18/Febrero/05

Ejercicios

Calcular el complemento del ángulo $A = 33^\circ 18' 43''$ y expresar su resultado en radianes.

sol. Figura



$$\Rightarrow A + B = 90^\circ$$

$$B = 90^\circ - 33.31^\circ$$

$$B = 56.69^\circ$$

Complemento

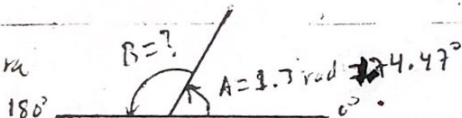
En Radianes

$$X_{rad} = \frac{56.69^\circ}{57.29^\circ}$$

$$X_{rad} = 0.98 \text{ radianes}$$

Calcular el suplemento del ángulo $A = 1.3$ radianes y expresar su resultado en grados con minutos y segundos.

sol. Figura



$$\Rightarrow A + B = 180^\circ$$

$$74.47^\circ + B = 180^\circ$$

$$B = 180 - 74.47^\circ$$

$$B = 105.53^\circ$$

Suplemento

Grados, Minutos y Segundos

$$105.53$$

$$\times 60$$

$$37.8 \text{ minutos}$$

$$27.8$$

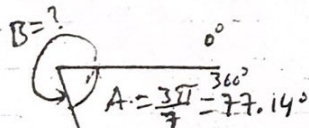
$$\times 60$$

$$48 \text{ segundos}$$

$$105.53^\circ = 105^\circ 31' 48''$$

Calcular el conjugado del ángulo $A = \frac{3\pi}{7}$ radianes y expresar su resultado en grados con minutos y segundos.

sol. Figura



$$\Rightarrow A + B = 360^\circ$$

$$77.14^\circ + B = 360^\circ$$

$$B = 360^\circ - 77.14^\circ$$

$$B = 282.86^\circ$$

Conjugado

Grados y minutos y segundos

$$282.86$$

$$\times 60$$

$$51.6 \text{ minutos}$$

$$27.6$$

$$\times 60$$

$$36 \text{ segundos}$$

$$282.86^\circ = 282^\circ 51' 36''$$

33

Lunes 21 / Febrero / 05

Se revisaron los ejercicios de la guía de estudios que tienen cierto grado de dificultad como:

1.ª La solución de la ecuación exponencial $5^{x+1} + 5^x = 570$

Sol. $5^{x+1} + 5^x = 570$

$\Rightarrow 5^x \cdot 5^1 + 5^x = 570$

Factorizando $5^x (5^1 + 1) = 570$

$5^x (6) = 570$

$5^x = \frac{570}{6}$

$5^x = 95$

$\rightarrow$ Aplicando Logaritmos

$\log 5^x = \log 95$

$x \log 5 = \log 95$

$x = \frac{\log 95}{\log 5}$

2.ª La solución de la ecuación logarítmica $\log_3 (x+1) + \log_3 2 = \log_3 41$

Sol. Aplicando propiedades $\log_3 (x+1) + \log_3 2 = \log_3 4 \times 5$

$\log_3 (x+1) = \log_3 20 - \log_3 2$

$\log_3 (x+1) = \log_3 \frac{20}{2}$

$\log_3 (x+1) - \log_3 10 = 0$

$\log_3 \left(\frac{x+1}{10} \right) = 0$

Aplicando Anti-logaritmo $\frac{x+1}{10} = 3^0$

$\Rightarrow \begin{cases} x+1 = 10 \\ x = 10 - 1 = 9 \end{cases}$

3.ª Les pedi que se juntaran por equipos para trabajar el proyecto, para que cada equipo me escribiera el problema específico que había escogido y así analizar la aportación de los matemáticos a su pro-

(34)

Miércoles 23/Febrero/05

20/02/05 PS 100007

Revisando los conceptos matemáticos que analizaron los alumnos se tiene que la función exponencial es un concepto fundamental para analizar el crecimiento de la basura y la contaminación a general; por lo que procedi a darte la información sobre los pendientes respecto al modelo matemático por medio de la función exponencial que me determina el crecimiento natural de la población la cual se puede adaptar al crecimiento natural de la basura en toneladas. Se anexa la información.

$$P(t) = A e^{kt} \quad \text{Crecimiento Natural}$$

A = Población inicial

k = Constante de crecimiento = $\frac{\text{Natalidad}}{\text{Mortalidad}}$

t = tiempo transcurrido

$P(t)$ = tamaño de la población en el tiempo t regiendo

Que se puede adaptar a la forma

$$P(t) = A e^{kt}$$

A = toneladas de basura en un año específico inicial (A_0)

k = 1 Crecimiento Uniforme en cada año

t = tiempo transcurrido 1 año (2001), 2 años (2002), ... etc.

$P(t)$ = tamaño o cantidad de toneladas por año ... etc.

Jueves 24 / febrero / 05

24 / febrero / 05

U

Para analizar el crecimiento de la basura los sugeri que se tomara como punto de partida los toneladas de basura producidas en el año 2000 de la ciudad de México y del país en general, de lo cual me comentaron los alumnos que no lograron encontrar ese dato en particular pero que encontrarían el dato del año pasado 2004 de la ciudad de México; de donde les propuse que de ahí se partiera para realizar los cálculos y analizar el crecimiento de la basura en las próximas 5 años como mínimo.

Un equipo investigó las toneladas de basura ~~para~~ ^{para} ~~análisis~~ ^{análisis} producidas por varios países; a ellos les propuse que calcularan las funciones exponenciales correspondientes a cada país y que los temporizaran para de cierta manera visualizar que país contaminará más en un año y la acumulación global de basura que se espera también.

A los equipos que están investigando los puntos de energía alternativos en particular las celdas solares; les propuse que en sus objetivos prioritarios es que desarrollen un maqueta bien fundamentada para posteriormente solicitar el apoyo a las autoridades para elaborar un prototipo.

Para los equipos que están investigando los biodigestores también les propuse la idea de realizar una maqueta bien fundamentada para posteriormente desarrollar un biodigestor casero de vida real para comprobar su funcionamiento y promoverlo a la comunidad de la escuela.

37

Viernes 25 / Febrero / 05

Comence a revisar los carpetas de evidencias para tener el reporte parcial de avance que se los informara a los padres de familia.

Les di asesores personalizadas a los alumnos que tenían dudas en los conceptos que se examinarán el día Lunes 28 de febrero de 8 a 10 hrs. que también será una evidencia más del avance de los alumnos.

Lunes 28 / Febrero / 05

Continúo revisando carpetas y dando asesores para el examen "nuestra clase es de 7-8 hrs."

Martes 01 / Marzo / 05

Continúo revisando carpetas y se anexa examen de conocimientos A y L y calificando exámenes.

Miércoles 02 / Marzo / 05

Continúo revisando carpetas y calificando exámenes.

Jueves 03 / Marzo / 05

Continúo revisando carpetas y calificando exámenes.

Viernes 04 / Marzo / 05

Reviso las últimas carpetas y exámenes para obtener su reporte para se anexa lista de reporte del avance parcial.

38